

Ηράκλειτος ΙΙ

**Ημερίδα Διάχυσης
Αποτελεσμάτων**

**Οριακή και Παραμορφωσιακή Ανάλυση Κατασκευών
με χρήση Μαθηματικού Προγραμματισμού**

Μανωλά Μ.Μ. Σ., Κουμούσης Β.Κ.

**Τομέας Στατικής & Αντισεισμικών
Ερευνών**

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Αθήνα, Μάιος 2014

ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΗΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ

- ✘ Εισαγωγή
 - ✘ Διατύπωση του προβλήματος
 - ✘ Αλγόριθμοι επίλυσης
 - ✘ Αριθμητικές εφαρμογές
 - ✘ Συμπεράσματα
-

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- **Οριακή Ανάλυση:**
απευθείας προσδιορισμός μέγιστου φορτίου στην οριακή κατάσταση της κατασκευής
- **Παραμορφωσιακή Ανάλυση:**
συμβιβαστό των παραμορφώσεων και ανάλυσή τους σε ελαστικές και πλαστικές
- **Μαθηματικός Προγραμματισμός:**
Πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού
Πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού
Γραμμικό πρόβλημα συμπληρωματικότητας
Πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού με περιορισμούς ισότητας



Ο προσδιορισμός του μέγιστου φορτίου αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης

(Maier et al., Donato, Cocchetti, Ardito, Tin-Loi, Pang, Karakostas, Mistakidis, Tangaramvong)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



- Στην υπάρχουσα μεθοδολογία το μέγεθος του προβλήματος είναι συνυφασμένο με τη **διακριτοποίηση** της επιφάνειας διαρροής και την **πολυγραμμικότητα** της συμπεριφοράς της κατασκευής.
- Η χρήση αυτής της μεθοδολογίας γίνεται απαγορευτική για μεγάλες κατασκευές και αδρή γραμμικοποίηση.



- Βελτίωση της υπάρχουσας θεώρησης - Μόρφωση του προβλήματος ανεξάρτητα από οποιαδήποτε γραμμικοποίηση.
- Διερεύνηση της επιρροής της αλληλεπίδρασης των εντατικών μεγεθών στο μέγιστο φορτίο αντοχής και στο μηχανισμό κατάρρευσης μιας κατασκευής.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισορροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των
παραμορφώσεων

Ανάλυση των παραμορφώσεων
(ελαστικές και πλαστικές)

Παραδοχές

- Επικόμβιες φορτίσεις
- Πλαστικές αρθρώσεις - κρίσιμες διατομές
- Ισορροπία απαραμόρφωτου φορέα
- Ολονομική συμπεριφορά
- Ισοτροπική κράτυνση

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισοροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

$$B \cdot s = a \cdot f + f_d$$

Internal = External forces

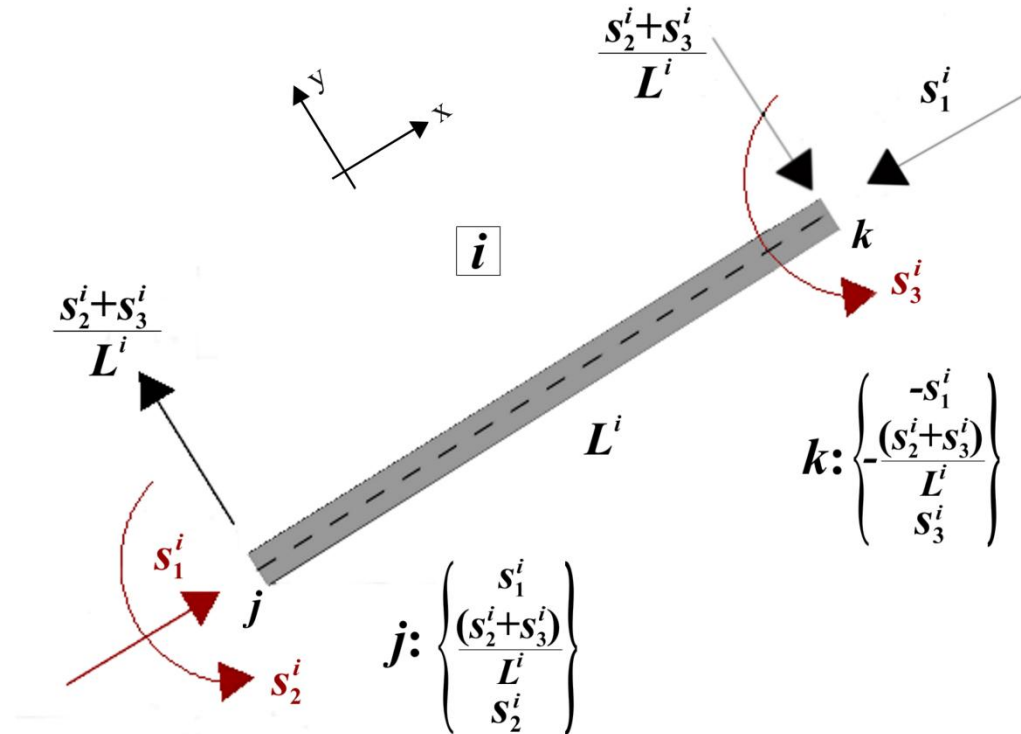
B : equilibrium matrix

s : stress vector

a : load factor

f : vector of nodal forces

f_d : vector of fixed nodal forces



ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισορροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των
παραμορφώσεων

Ανάλυση
παραμορφώσεων

Υπάρχουσα θεώρηση: Ο αριθμός των συνθηκών διαρροής για κάθε διατομή είναι ίσος με τον αριθμό των επιπέδων διαρροής

Μόνον E N A επίπεδο διαρροής ενεργοποιείται ή είναι εν δυνάμει ενεργό για κάθε διατομή

Εντοπισμός του κρίσιμου κώνου και μόρφωση ενός περιορισμού διαρροής για κάθε διατομή

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισοροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

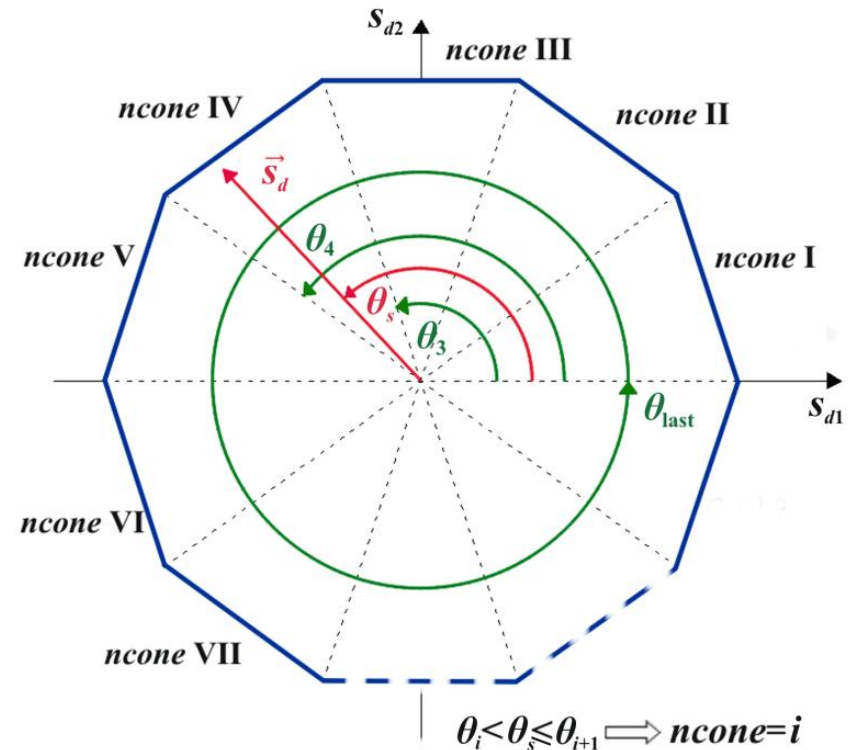
Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

I: 2D φορείς με γραμμικοποιημένη αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης-καμπτικής ροπής (NM) και πολυγραμμική κράτνυση/χαλάρωση

■ Όλες οι κορυφές της γραμμικοποιημένης καμπύλης διαρροής εκφράζονται σε πολικές συντεταγμένες και κατατάσσονται σε αύξουσα σειρά.

■ Εντοπισμός του κρίσιμου κώνου και μόρφωση ενός περιορισμού διαρροής για κάθε διατομή.



Εντοπισμός του κρίσιμου κώνου για 2D αλληλεπίδραση.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισορροπία

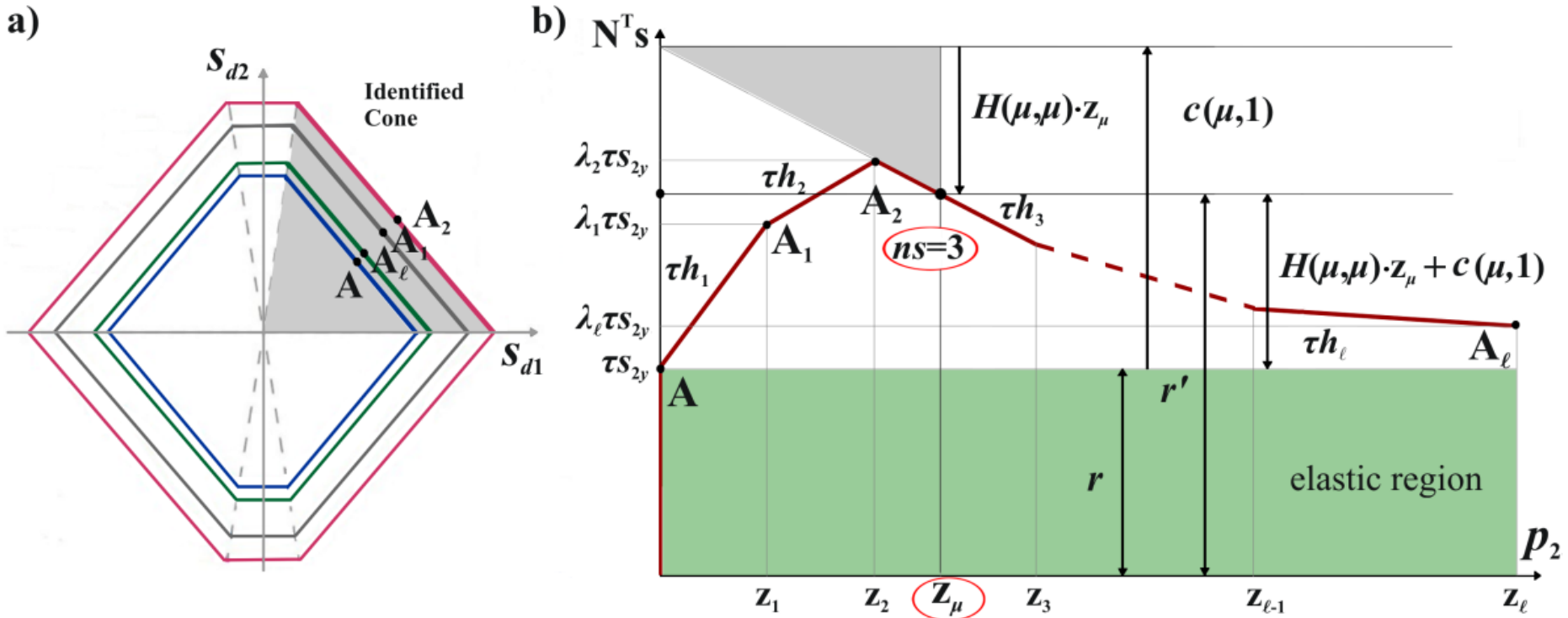
Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

Γ: 2D φορείς με γραμμικοποιημένη αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης-καμπτικής ροπής (NM) και πολυγραμμική κράτνυση/χαλάρωση



ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισοροπία

Διαρροή

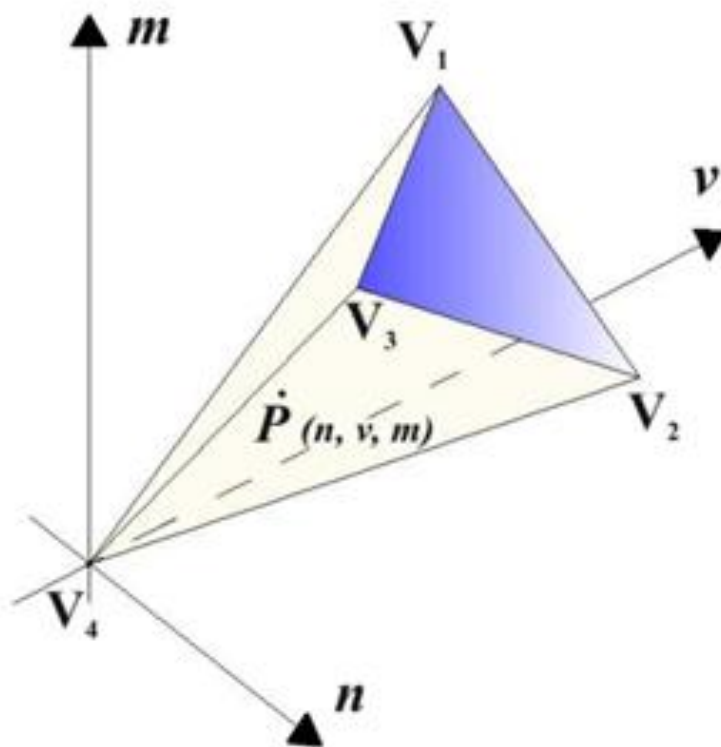
Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

II: 2D φορείς με γραμμικοποιημένη αλληλεπίδραση αξονικής-τέμνουσας δύναμης-καμπτικής ροπής (NQM) και πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση

- Κάθε κώνος αποτελείται από 4 επίπεδα.
- Εντοπισμός του κρίσιμου κώνου από τις οριζουσες που ορίζονται από τις 4 κορυφές και το σημείο εντατικής κατάστασης της διατομής.



Εντοπισμός του κρίσιμου κώνου για 3D αλληλεπίδραση.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισοροπία

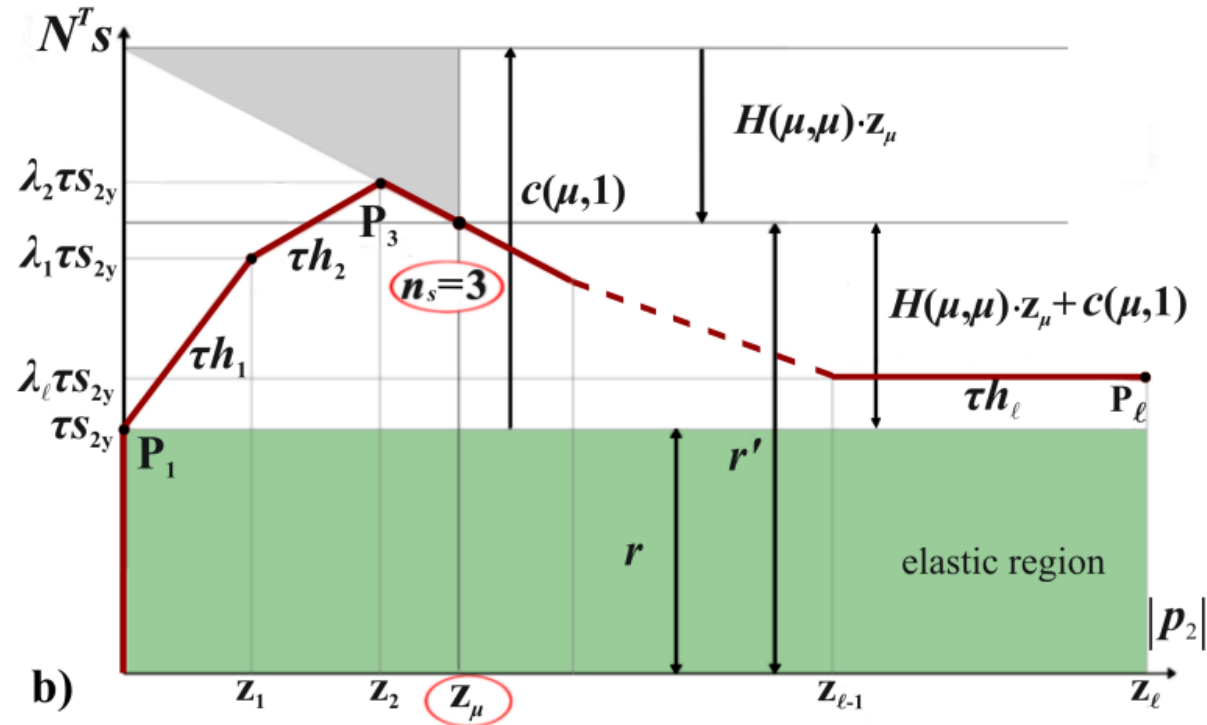
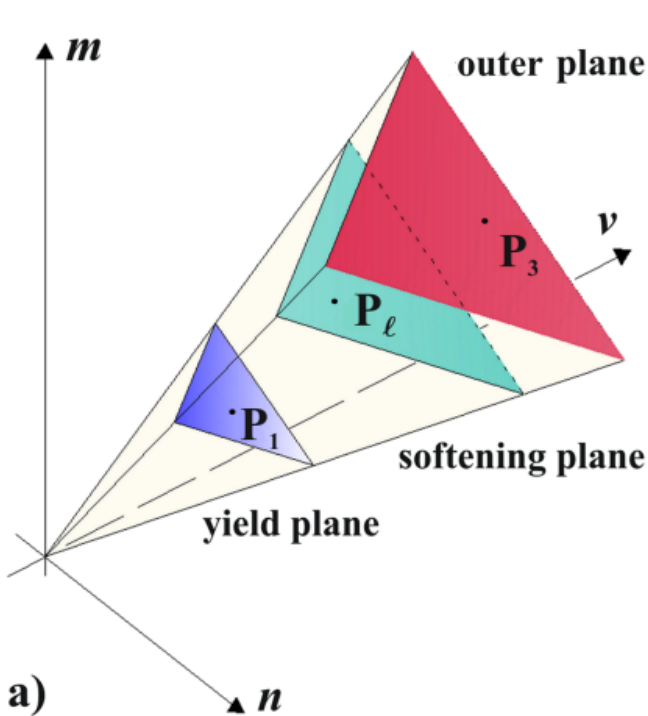
Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

II: 2D φορείς με γραμμικοποιημένη αλληλεπίδραση αξονικής-τέμνουσας δύναμης-καμπτικής ροπής (NQM) και πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση



ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισορροπία

Διαρροή

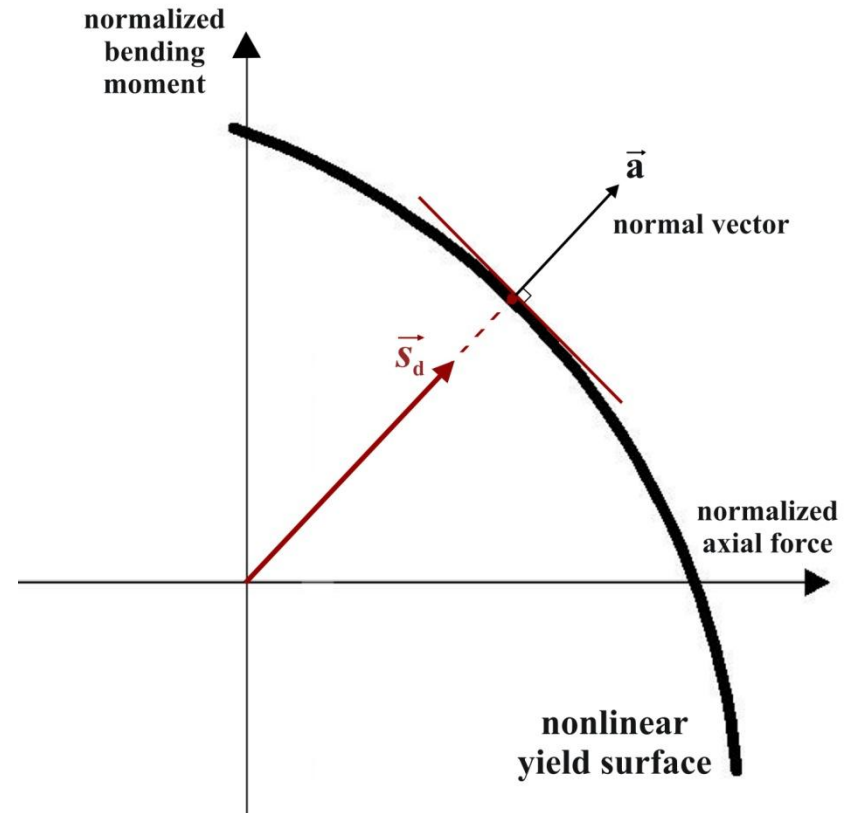
Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

III: 3D φορείς με μη-γραμμική αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης-διαξονικής ροπής και μη-γραμμική κράτυνση/χαλάρωση

- Για κάθε διάνυσμα εντατικής κατάστασης προσδιορίζεται το σημείο τομής του με τη μη-γραμμική επιφάνεια διαρροής.
- Προσδιορίζεται το εφαπτόμενο-σε αυτό το σημείο-επίπεδο.
- Υπολογίζεται το κάθετο διάνυσμα του επιπέδου.



Τοπική γραμμικοποίηση της επιφάνειας διαρροής.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισορροπία

Διαρροή

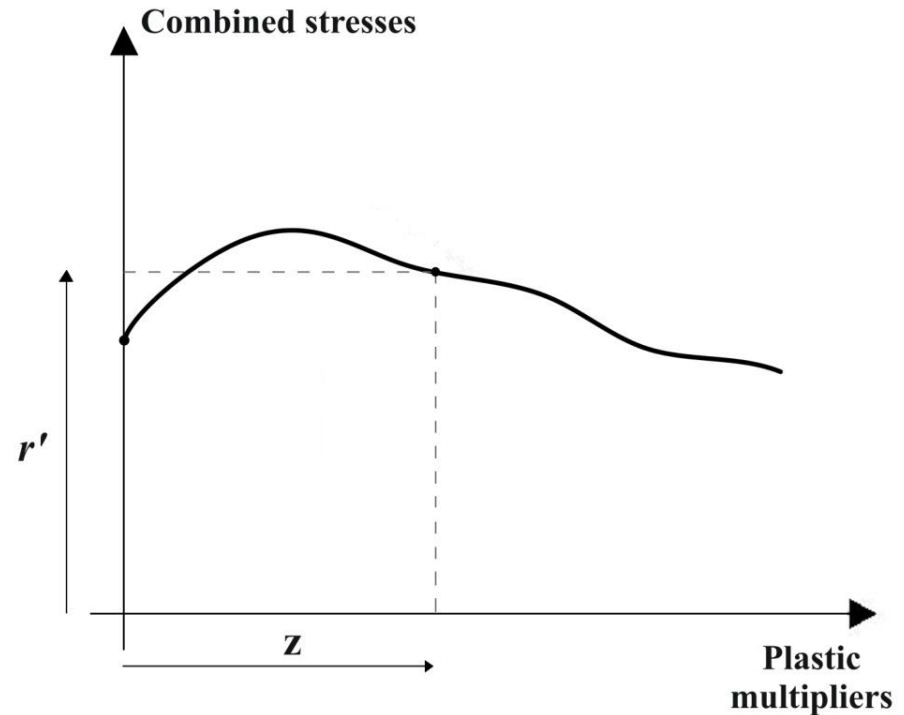
Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

III: 3D φορείς με μη-γραμμική αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης-διαξονικής ροπής και μη-γραμμική κράτυνση/χαλάρωση

- Για κάθε διατομή ενεργοποιείται **έναν** πλαστικός πολλαπλασιαστής z .
- Για κάθε z προσδιορίζεται η τιμή του διογκωμένου/συρρικνωμένου ορίου διαρροής από τη σχέση της μη-γραμμικής κράτυνσης/χαλάρωσης.



Μη-γραμμική συμπεριφορά -υπολογισμός διογκωμένου/συρρικνωμένου ορίου διαρροής.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισορροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

$$w = -N^T \cdot s + r' \geq 0$$

περιθώρια
αντοχής

προβολές των διανυσμάτων εντατικών μεγεθών πάνω στη διεύθυνση του κάθετου-στην επιφάνεια διαρροής- διανύσματος

όρια διαρροής

w : vector of moment reserves

N : matrix of scaled normal vectors of the identified yield planes

r' : vector of extended/shrunk yield limits

Elastic region

$$w = -N^T \cdot s + r > 0$$

Plastic region

$$w = -N^T \cdot s + r' = 0$$

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

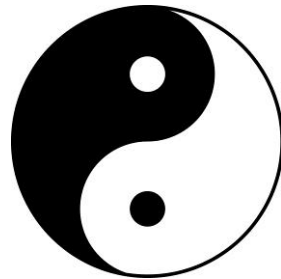
Ισορροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων



$$w^T \cdot z = 0,$$
$$w \geq 0, \quad z \geq 0$$

Η συνθήκη συμπληρωματικότητας απαγορεύει την ταυτόχρονη ενεργοποίηση της συνθήκης διαρροής και ελαστικής αποφόρτισης

$w > 0, z = 0$ → ελαστική περιοχή

$w = 0, z > 0$ → πλαστική περιοχή

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισοροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

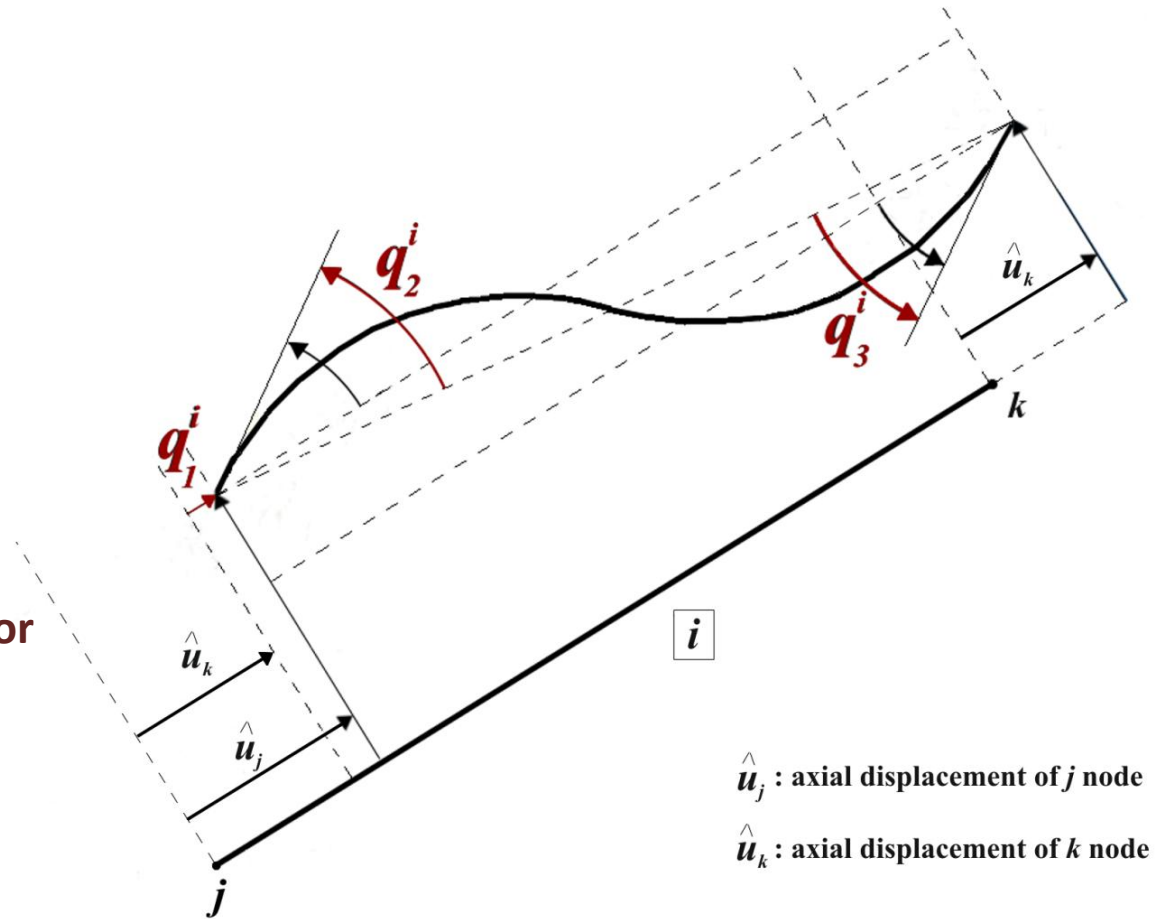
Συμβαστές των παραμορφώσεων

Ανάλυση παραμορφώσεων

$$q = B^T \cdot u$$

q : deformation vector

u : nodal displacement vector



Παραμορφωμένη κατάσταση μέλους i

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ισοροπία

Διαρροή

Συμπληρωματικότητα

Συμβιβαστό των παραμορφώσεων

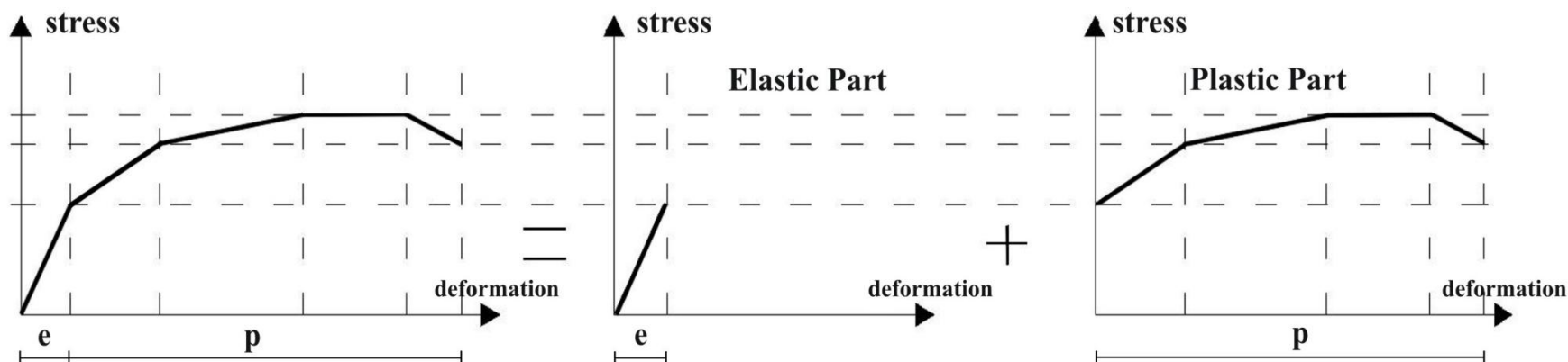
Ανάλυση παραμορφώσεων

$$q = e + p = S^{-1} \cdot s + N \cdot z$$

e : elastic deformation vector

p : plastic deformation vector

S : stiffness matrix



Ανάλυση των παραμορφώσεων σε ελαστικές και πλαστικές.

ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

**Holonomic
Elastoplastic Problem**

$$B \cdot s - a \cdot f = f_d$$

$$q = B^T \cdot u$$

$$q = e + p = S^{-1} \cdot s + N \cdot z$$

$$w = -N^T \cdot s + r'$$

$$w^T \cdot z = 0, w \geq 0, z \geq 0$$

**Mixed Complementarity
Problem**

$$B \cdot s - a \cdot f = f_d$$

$$S^{-1} \cdot s + N \cdot z - B^T \cdot u = 0$$

$$w = -N^T \cdot s + r'$$

$$w^T \cdot z = 0, w \geq 0, z \geq 0$$

Optimization Problem

$$\max \quad a$$

$$\text{s.t.} \quad B \cdot s - a \cdot f = f_d$$

$$S^{-1} \cdot s + N \cdot z - B^T \cdot u = 0$$

$$w = -N^T \cdot s + r'$$

$$w^T \cdot z = 0, w \geq 0, z \geq 0$$

s, u, z, a

Limit load

Μαθηματικός Προγραμματισμός με Περιορισμούς Ισορροπίας (MPEC)

Συνθήκη Συμπληρωματικότητας = Διαζευκτικότητα

Μη-κυρτότητα, μη-ομαλότητα, αριθμητική αστάθεια

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

MPEC
PROBLEM

- Penalty Function Formulation (Penalization Method)
- Relaxation Method (Smoothing Method)
- Sequential Quadratic Programming (SQP)
- Active-set Identification Approach
- Interior point Method

NLP
PROBLEM

PENALIZATION
METHOD



maximize
subject to

$$\left. \begin{aligned} & a - \rho \cdot w^T \cdot z \\ & B \cdot s - a \cdot f = f_d \\ & S^{-1} \cdot s - B^T \cdot u + N \cdot z = 0 \\ & w = -N^T \cdot s + r' \geq 0, \quad z \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ



- Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου (εντοπισμός του κρίσιμου κώνου) και έλεγχος της αποτελεσματικότητάς της σε επίπεδο αποτελεσμάτων και υπολογιστικής αποδοτικότητας-σύγκριση με την υπάρχουσα μεθοδολογία.

- Διερεύνηση του ρόλου της αλληλεπίδρασης των εντατικών μεγεθών στο μέγιστο φορτίο, που μπορεί να αντέξει μια κατασκευή, και στο μηχανισμό κατάρρευσης.



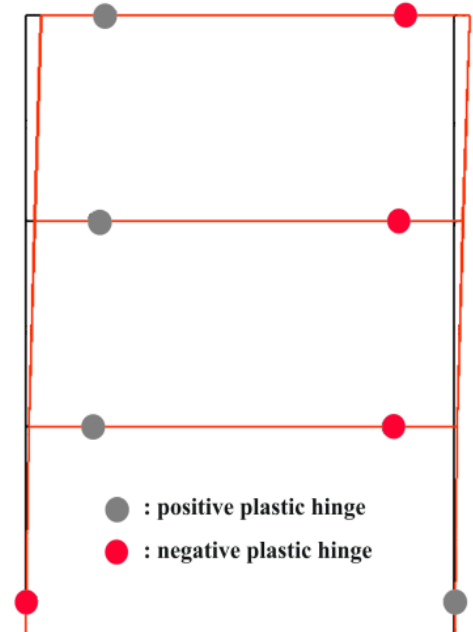
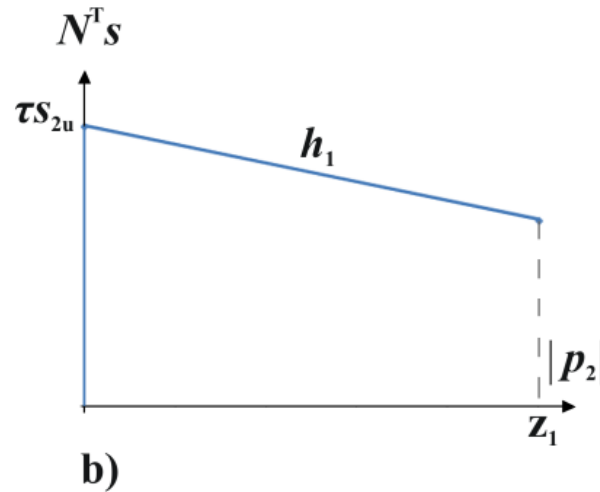
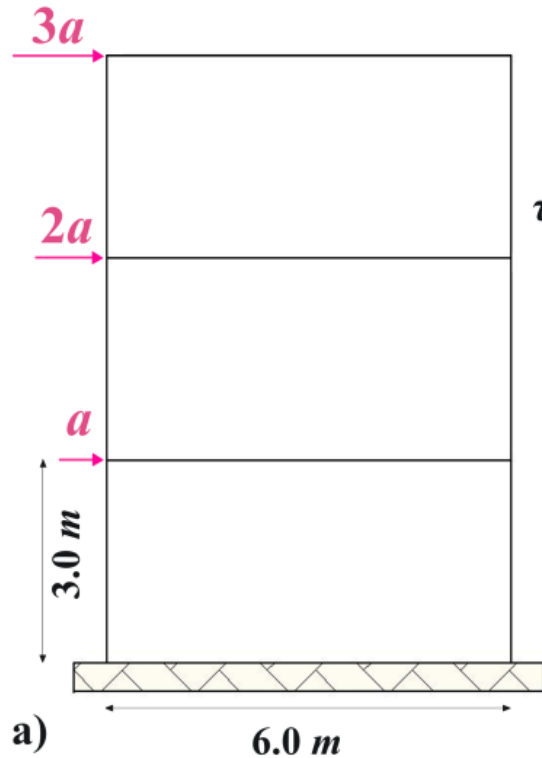
- Η μέθοδος προγραμματίστηκε σε κώδικα *Matlab*.

- Για την επίλυση του μη-γραμμικού προβλήματος χρησιμοποιήθηκε η ρουτίνα *fmincon*.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

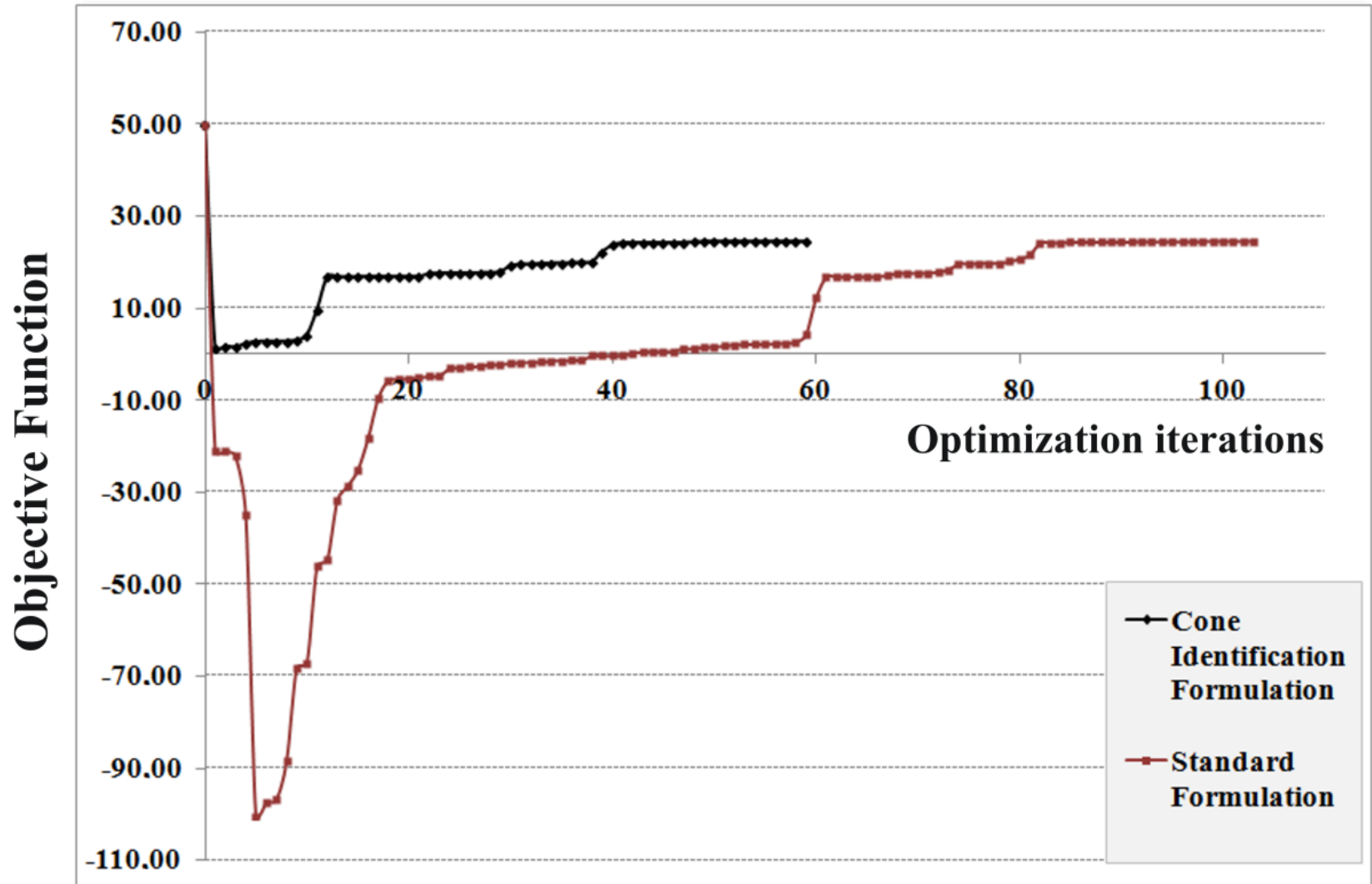
I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση

	E (kN/m ²)	A (m ²)	I (m ⁴)	s _{1u} (kN)	s _{2u} (kNm)	s _{3u} (kNm)	v _u (kN)	h ₁ (kNm)	z ₁
beams	2×10 ⁸	28.48×10 ⁻⁴	1943×10 ⁻⁸	736.21	57.02	57.02	208.88	-311.04	0.05
columns		112.5×10 ⁻⁴	18260×10 ⁻⁸	3172.5	390	390	933.73	-2600	0.05



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

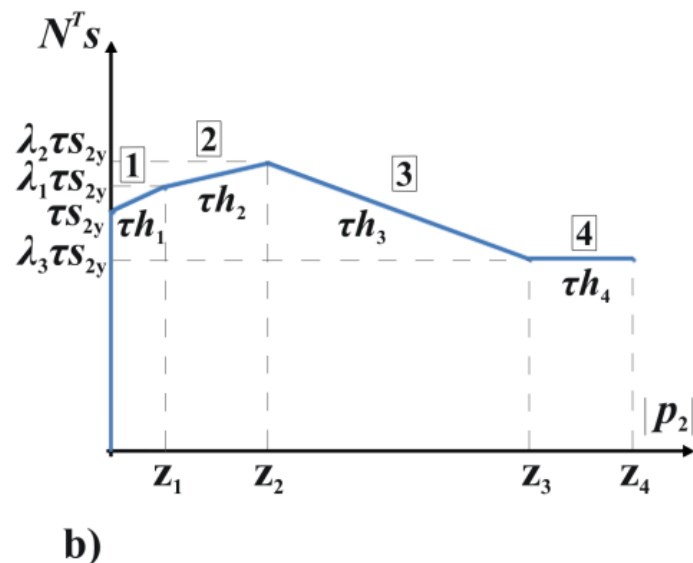
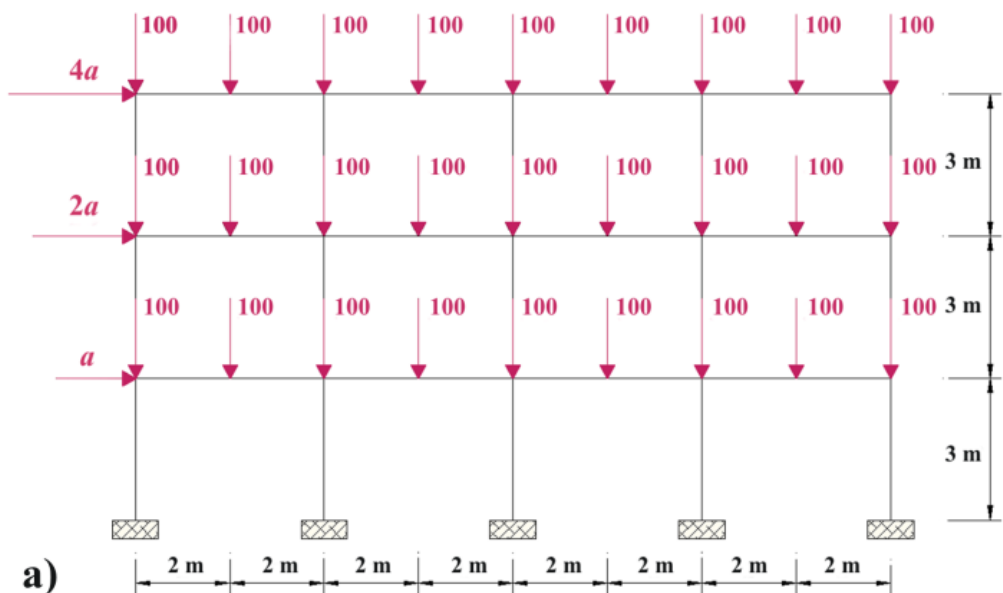
I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση

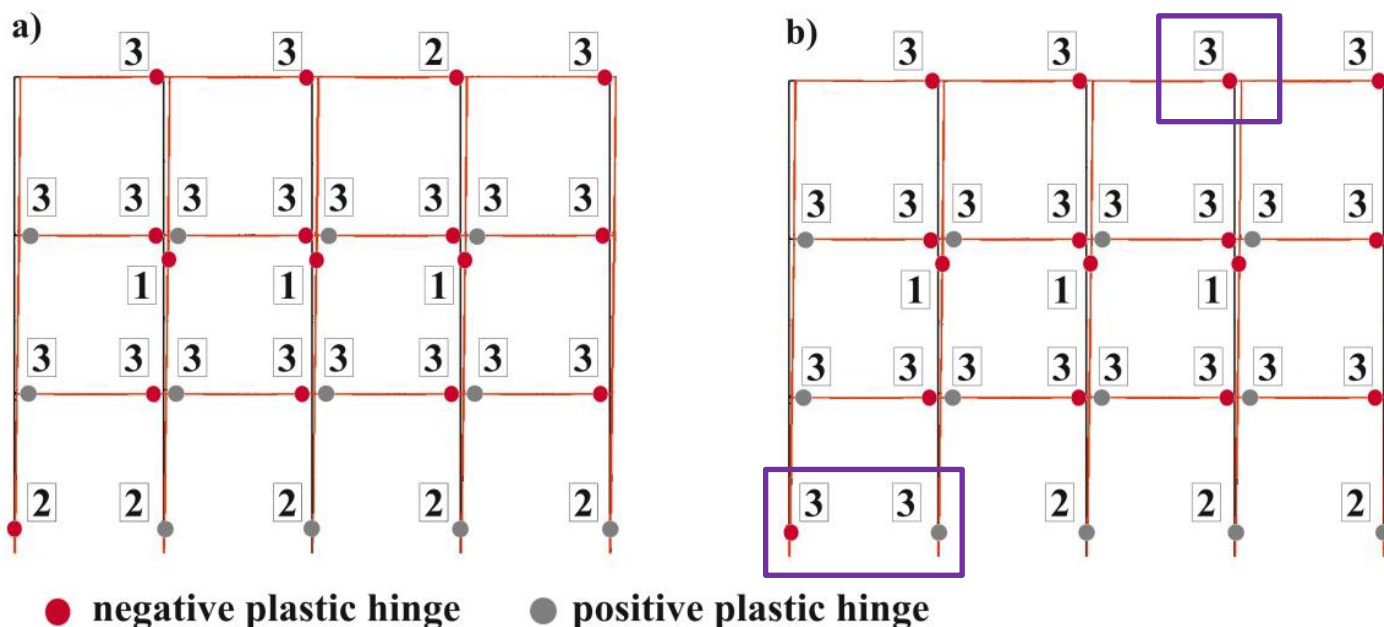
	E (kN/m ²)	A (m ²)	I (m ⁴)	s _{1u} (kN)	s _{2u} (kNm)	s _{3u} (kNm)	v _u (kN)	h ₁ (kNm)	z ₁	h ₂ (kNm)	z ₂	h ₃ (kNm)	z ₃	h ₄ (kNm)	z ₄
beams	2×10 ⁸	62.61×10 ⁻⁴	11770×10 ⁻⁸	1471.34	189.01	189.01	418.06	3780.2	0.001	2835.15	0.003	-1750.1	0.03	10 ⁻⁶	0.04
columns		112.5×10 ⁻⁴	18260×10 ⁻⁸	2643.75	325	325	778.11	6500	0.005	3250	0.015	-5200	0.04	10 ⁻⁶	0.05



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

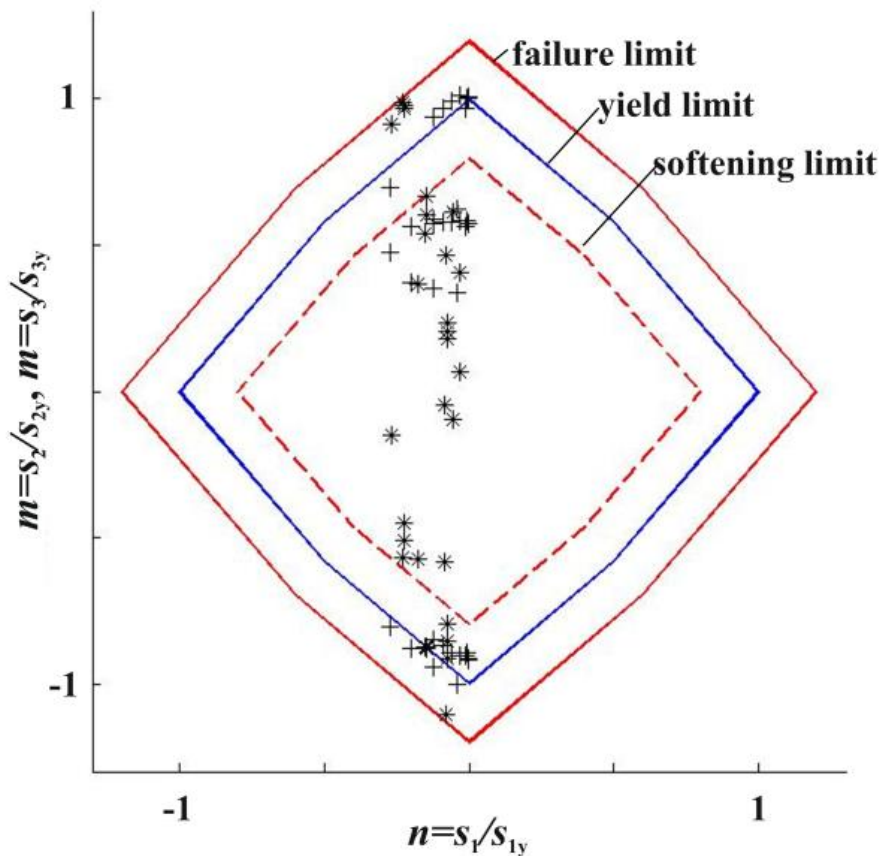
I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση

- Αριθμοί δίπλα σε κάθε πλαστική άρθρωση δηλώνουν τον κλάδο κράτυνσης/χαλάρωσης, στον οποίο βρίσκεται η διατομή.
- Ίδιος μηχανισμός κατάρρευσης για τις δυο περιπτώσεις αλληλεπίδρασης.
- Τα υποστυλώματα της βάσης για την περίπτωση της NQM αλληλεπίδρασης εντείνονται περισσότερο.



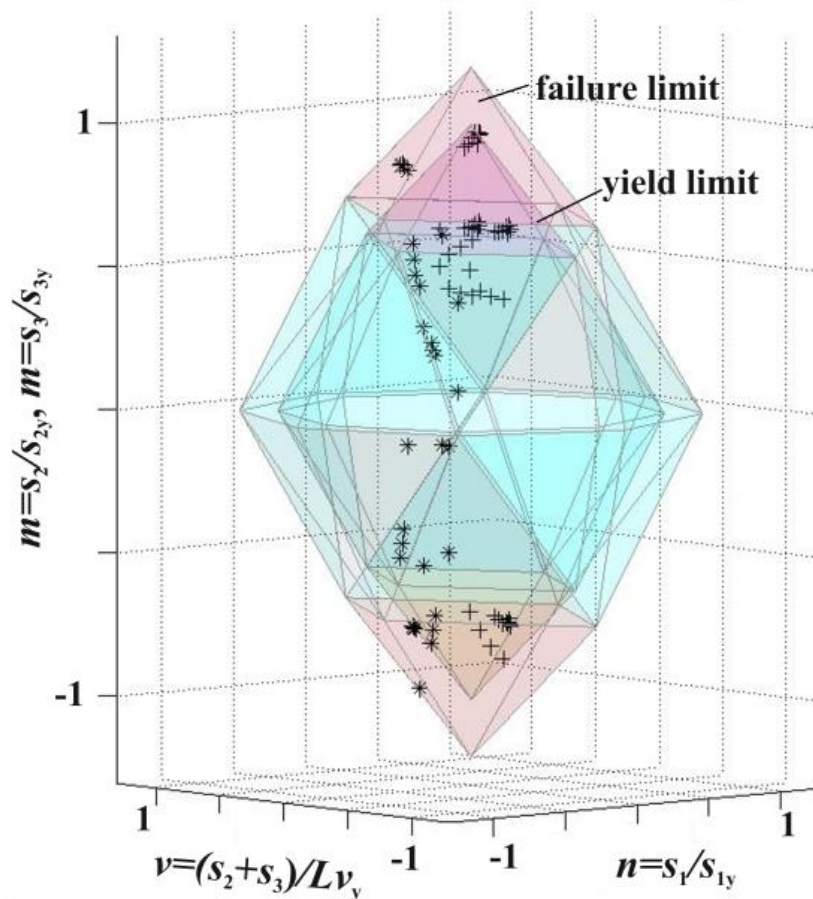
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση



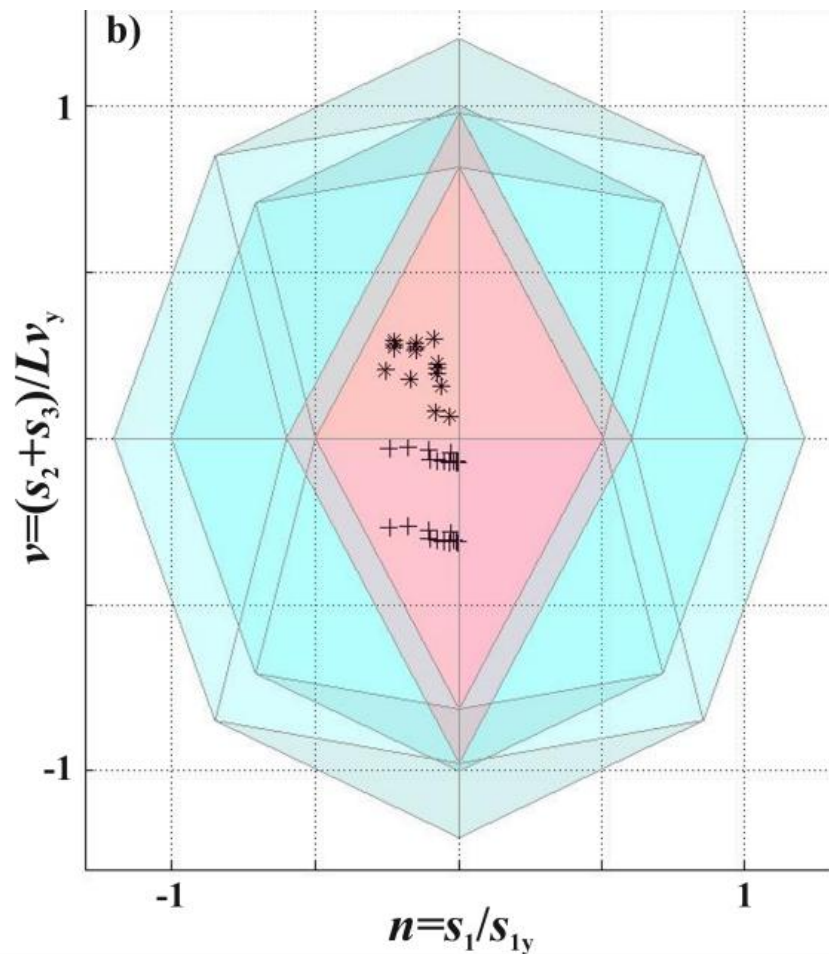
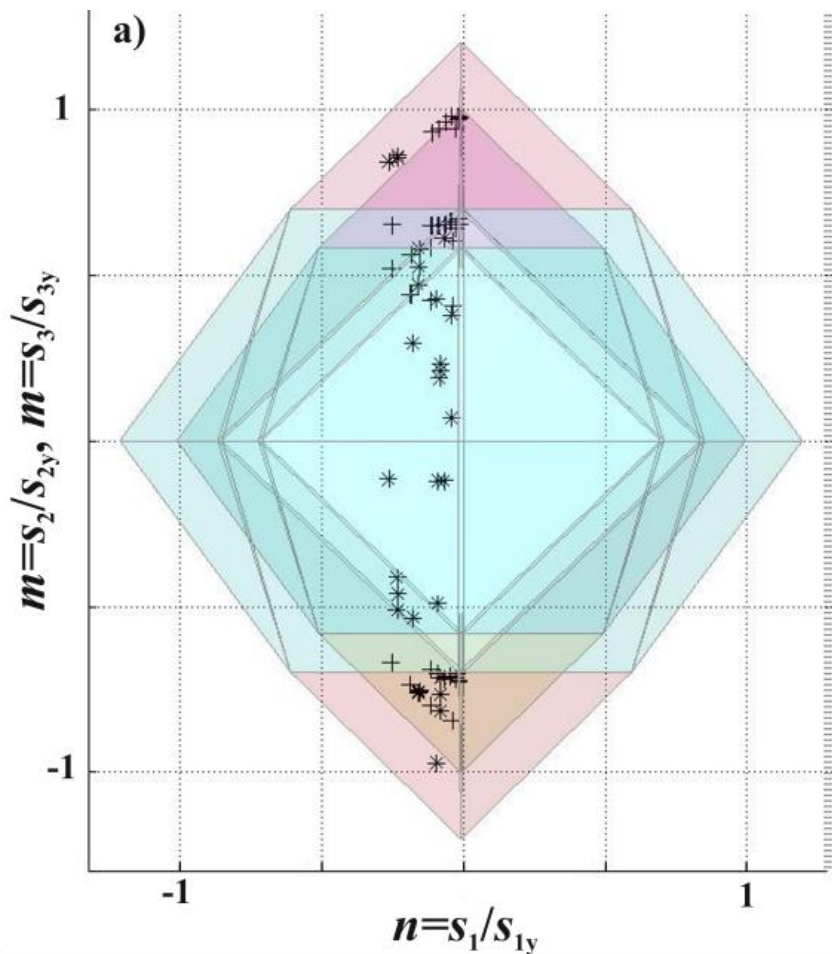
+ beam cross sections

* column cross sections



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση

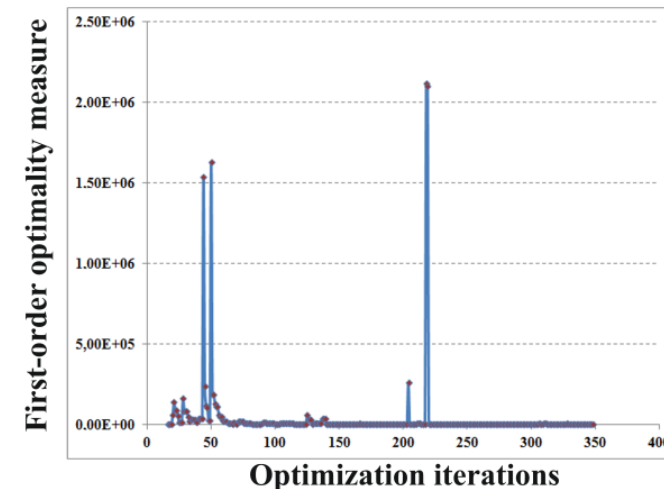
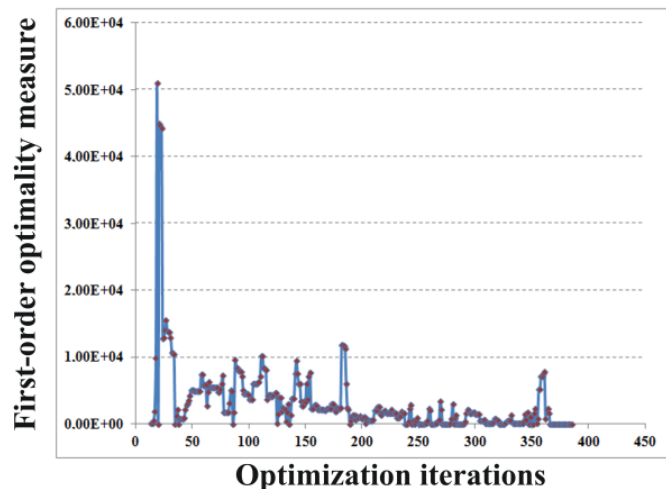
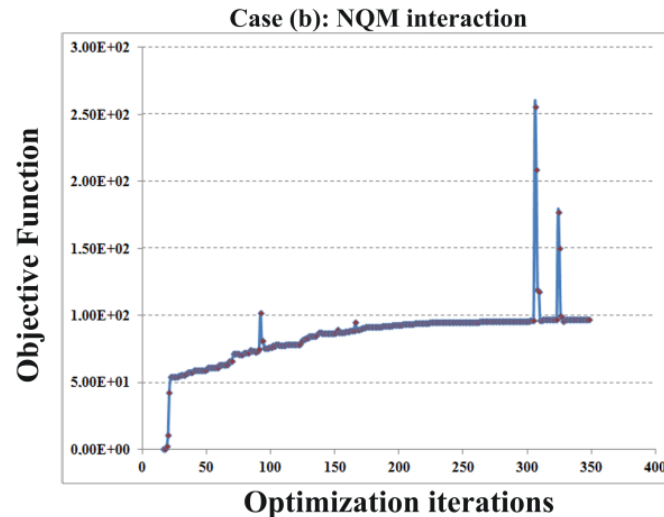
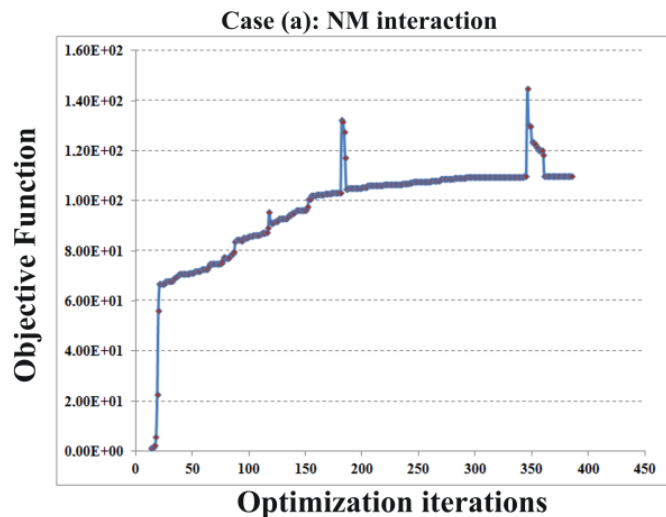


+ beam cross sections

* column cross sections

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

I&II: 2D φορείς -αλληλεπίδραση NM & NQM-πολυγραμμική κράτυνση/χαλάρωση



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- ✘ Η οριακή και παραμορφωσιακή ανάλυση κατασκευών μορφώνεται ως ένα πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού, λόγω της συνθήκης της συμπληρωματικότητας.
- ✘ Είναι ευαίσθητο στις αρχικές τιμές και στα όρια των μεταβλητών.
- ✘ Ο εντοπισμός του κρίσιμου κώνου δίνει τη δυνατότητα να μορφωθεί ένας περιορισμός διαρροής για κάθε διατομή.
- ✘ Η πολυπλοκότητα του προβλήματος μειώνεται στο ελάχιστο δυνατόν και το μέγεθός του γίνεται ανεξάρτητο του πλήθους των γραμμών/επιπέδων διαρροής.
- ✘ Ενσωμάτωση πολυγραμμικής κράτυνσης/χαλάρωσης χωρίς να επηρεάζεται το μέγεθος του προβλήματος.
- ✘ Η αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης-καμπτικής ροπής επηρεάζει το μέγιστο φορτίο (μείωση) σε σχέση με τη θεώρηση της διαρροής υπό καθαρή κάμψη.
- ✘ Ο ρόλος της τέμνουσας αποδεικνύεται σημαντικός, καθώς προκαλεί μείωση του μέγιστου φορτίου, και η παράλειψη της επιρροής της μπορεί να οδηγήσει σε μη-ασφαλή σχεδιασμό.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- ✘ Η επέκταση της αναγκαιότητας ενός μόνο περιορισμού διαρροής για κάθε διατομή σε μη-γραμμικές επιφάνειες διαρροής, απαλλάσσει το πρόβλημα από την εκ των προτέρων γραμμικοποίηση και οδηγεί σε ακριβέστερες λύσεις.
- ✘ Η συνθήκη διαρροής παραμένει γραμμική (η γραμμικοποίηση εφαρμόζεται τοπικά για κάθε διατομή).
- ✘ Ενσωμάτωση μη-γραμμικής συμπεριφοράς κράτυνσης-χαλάρωσης, χωρίς να επηρεάζεται η γραμμικότητα ούτε το πλήθος των περιορισμών διαρροής.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II . Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

1. ***The role of redundancy and overstrength in earthquake resistant design***, Manola, M.M. S., Koumousis V. K., 9th HSTAM International Congress on Mechanics, Limassol, Cyprus, July 2010.
2. ***Plastic hinge formation in frames under combined stresses and hardening based on mathematical programming***, Manola M.M. S., Koumousis V. K., 7th National Congress on Steel Structures, Volos, Greece, September-October 2011.
3. ***Axial-shear force–bending moment interaction in elastoplastic analysis of steel frames***, Manola M.M. S., Koumousis V. K., 11th International Conference on Computational Structures Technology, Dubrovnik, Croatia, September 2012.
4. ***The role of cone identification in elastoplastic analysis with mathematical programming under combined interaction***, Manola M.M. S., Koumousis V. K., 10th HSTAM International Congress on Mechanics, Chania, Crete, Greece, May 2013.
5. ***Limit Analysis of Frame Structures with Piecewise Linear Yield Conditions and Multi-Linear Behavior: A Reduced Complementarity Approach***, Manola, M.M. S., Koumousis, V. K., Computers and Structures 130C (2014), pp. 22-33.
6. ***Limit Analysis of Plane Frames with Piecewise Linear Hardening/Softening Behavior and Axial- Shear Force-Bending Moment Interaction***, Manola, M.M. S., Koumousis, V. K., Engineering Structures (accepted for publication).
7. ***Limit Analysis of 3D Frames with Nonlinear hardening Behavior and Combined Interaction***, Manola M.M. S., Koumousis V. K., 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI), Barcelona, Spain, July 2014.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II . Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΠΟΛΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΠΟΛΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ